

Schriftliche Prüfung aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie 2

29. Juni 2020

zweistündig ohne Unterlagen

Name	
Matrikelnummer	

Prüfer (bitte Ankreuzen):

<input type="checkbox"/>	Felsenstein
<input type="checkbox"/>	Grill

1. Thema: Produkträume.

Zitieren Sie wichtige Definitionen, Sätze (ohne Beweise) und Anwendungsbeispiele.

2. Gegeben ist die Verteilungsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} x & \text{für } x < 0, \\ x^2 + 1 & \text{für } 0 \leq x < 1, \\ x + 2 & \text{für } 1 \leq x < 2, \\ 5 & \text{für } x \geq 2. \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Lebesguezerlegung von μ_F bezüglich λ und die von λ bezüglich μ_F und jeweils die Radon-Nikodym-Dichte des absolutstetigen Anteils.

3. In einem Land mit 8 Millionen Einwohnern sind 8000 Einwohner nachweislich an einer neuartigen Virusinfektion erkrankt. Eine Epidemiologin vermutet, dass die Dunkelziffer doppelt so hoch ist (dass es also insgesamt dreimal so viele Infizierte gibt). Sie testet nicht 1200 sondern 12000 zufällig ausgewählte Personen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der positiv Getesteten in dieser Stichprobe größer als 50 ist (verwenden Sie eine geeignete Approximation)?

4. X und Y sind unabhängig nach $\Gamma(\alpha, \lambda)$ bzw. $\Gamma(\beta, \lambda)$ verteilt (zur Erinnerung: die Gammaverteilung $\Gamma(\alpha, \lambda)$ hat bezüglich des Lebesguemaßes die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} \lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda x} & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Dichten von $S = X + Y$ und $Q = X/Y$.

The distribution function of the normal distribution:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.500	.504	.508	.512	.516	.520	.524	.528	.532	.536
0.1	.540	.544	.548	.552	.556	.560	.564	.567	.571	.575
0.2	.579	.583	.587	.591	.595	.599	.603	.606	.610	.614
0.3	.618	.622	.626	.629	.633	.637	.641	.644	.648	.652
0.4	.655	.659	.663	.666	.670	.674	.677	.681	.684	.688
0.5	.691	.695	.698	.702	.705	.709	.712	.716	.719	.722
0.6	.726	.729	.732	.736	.739	.742	.745	.749	.752	.755
0.7	.758	.761	.764	.767	.770	.773	.776	.779	.782	.785
0.8	.788	.791	.794	.797	.800	.802	.805	.808	.811	.813
0.9	.816	.819	.821	.824	.826	.829	.831	.834	.836	.839
1.0	.841	.844	.846	.848	.851	.853	.855	.858	.860	.862
1.1	.864	.867	.869	.871	.873	.875	.877	.879	.881	.883
1.2	.885	.887	.889	.891	.893	.894	.896	.898	.900	.901
1.3	.903	.905	.907	.908	.910	.911	.913	.915	.916	.918
1.4	.919	.921	.922	.924	.925	.926	.928	.929	.931	.932
1.5	.933	.934	.936	.937	.938	.939	.941	.942	.943	.944
1.6	.945	.946	.947	.948	.949	.951	.952	.953	.954	.954
1.7	.955	.956	.957	.958	.959	.960	.961	.962	.962	.963
1.8	.964	.965	.966	.966	.967	.968	.969	.969	.970	.971
1.9	.971	.972	.973	.973	.974	.974	.975	.976	.976	.977
2.0	.977	.978	.978	.979	.979	.980	.980	.981	.981	.982
2.1	.982	.983	.983	.983	.984	.984	.985	.985	.985	.986
2.2	.986	.986	.987	.987	.987	.988	.988	.988	.989	.989
2.3	.989	.990	.990	.990	.990	.991	.991	.991	.991	.992
2.4	.992	.992	.992	.992	.993	.993	.993	.993	.993	.994
2.5	.994	.994	.994	.994	.994	.995	.995	.995	.995	.995
2.6	.995	.995	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.996
2.7	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997
2.8	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998
2.9	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999