

2. Übung Wahrscheinlichkeit und stochastische Prozesse WS17

1. X hat die Dichte

$$f(x) = ax(1-x)[0 \leq x \leq 1].$$

Bestimmen Sie a , die Verteilungsfunktion von X und die Wahrscheinlichkeit, dass X zwischen $1/4$ und $3/4$ liegt.

2. in einer Urne liegen jeweils k Kugeln mit der Zahl k , $k = 1, \dots, 10$. Eine Kugel wird gezogen, X sei die Zahl, die darauf steht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Verteilungsfunktion von X .
3. ein Würfel wird dreimal geworfen, $X \leq Y \leq Z$ seien die der Größe nach geordneten Augenzahlen. Bestimmen Sie die Verteilung von Y .
4. Nehmen Sie im Blutgruppenbeispiel aus der Vorlesung an, dass Mutter und Kind beide Blutgruppe AB haben. Bestimmen Sie unter dieser Bedingung die (bedingten) Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Möglichkeiten für die (unbekannte) Blutgruppe des Vaters.
5. Von einer Krankheit sind 2% der Bevölkerung betroffen. Ein Test gibt bei einem Kranken mit Wahrscheinlichkeit 0.99 ein positives Ergebnis, bei einem Gesunden mit Wahrscheinlichkeit 0.01.
- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Person positiv getestet wird.
- (b) Bestimmen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig gewählte Person krank ist, wenn das Testergebnis positiv ist.
6. Beim norddeutschen Bingo ("die Umweltlotterie") werden 22 Zahlen aus $\{1, \dots, 75\}$ ohne Zurücklegen gezogen. Die Wertscheine sind Quadrate mit 5×5 Feldern. In der ersten Spalte stehen Zahlen zwischen 1 und 15, in der zweiten Zahlen von 16 bis 30 usw.
- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine Zahlen aus der ersten Spalte (also zwischen 1 und 15) gezogen werden.
- (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 8 Zahlen aus der ersten Spalte gezogen werden.

7. Es sei

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ x^2/4 & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ x/2 & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

- (a) Zeigen Sie, dass F eine Verteilungsfunktion ist.
- (b) X sei nach F verteilt. Bestimmen Sie $\mathbb{P}(X < 1)$, $\mathbb{P}(X \leq 1)$, $\mathbb{P}(X = 0)$, $\mathbb{P}(X = 1)$, $\mathbb{P}(X = 2)$.