

3. Übung Wahrscheinlichkeit und stochastische Prozesse WS17

1. X sei $N(3, 16)$ -verteilt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(X < 2)$, $\mathbb{P}(X > 6)$, $\mathbb{P}(|X| \leq 1)$.
2. Ein Würfel wird dreimal geworfen. X sei die kleinste der drei Augenzahlen, Y die größte. Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilung von X und Y und die Randverteilungen von X und Y .
3. Ein fairer Würfel wird zehnmal geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Sechsen größer als zwei ist.
4. Zeigen Sie, dass für $n \rightarrow \infty$, $p = \lambda/n$ und Zufallsvariable $X_n \sim B(n, p)$ und $Y \sim P(\lambda)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(X_n = x) = \mathbb{P}(Y = x), x = 0, 1, \dots$$

gilt.

5. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in 60 Würfeln von zwei Würfeln mehr als 2 Doppelsechsen auftreten. Vergleichen Sie diese Wahrscheinlichkeit mit der für eine Poissonverteilung mit $\lambda = 10/6$.
6. X sei exponentialverteilt mit $\lambda = 0.1$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(X < 10)$, $\mathbb{P}(|X - 12| < 6)$, und einen Wert x mit $\mathbb{P}(X \leq x) = 1/2$.
7. Das Paradox des Chevalier de Méré: der Chevalier de Méré wandte sich mit folgender Frage an Blaise Pascal, einen der führenden Mathematiker seiner Zeit: eine Wette zu gleichen Chancen darauf, bei 4 Würfeln mit einem Würfel keine Sechsen zu erzielen, ist profitabel (d.h., das entsprechende Ereignis hat Wahrscheinlichkeit $> 1/2$), wie die Erfahrung zeigt. Warum ist die Wette auf "keine Doppelsechsen" in 24 Würfeln von zwei Würfeln unprofitabel, schließlich ist ja $24/36 = 4/6$?
Bestimmen Sie beide Wahrscheinlichkeiten.